

ПРВИ РАЗРЕД – ФУНКЦИЈЕ 23.10.2009.

Марина Антић, проф.

Зорица Маринковић, проф.

1. Ако је $A = \{1,2,3,4\}$ и функције f , g и h пресликавају A у A

$$f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix} \quad g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad h = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

а) Одреди $f(g(x))$.

б) Да ли важи $(g \circ h)(x) = (h \circ g)(x)$?

в) Које од ових функција имају инверзну?

г) Реши једначину $f(g(h(x))) = 1$.

2. Ако је $f(x) = \frac{2x-1}{3}$ и $g(x) = 1 + \frac{3}{2}x$ одреди:

а) $(f \circ g)(x)$ б) $g(g(x))$ в) $g^{-1}(x)$ ако постоји г) $(f \circ g)^{-1}(x)$ ако постоји.

3. На примеру функција $f(x) = 2x + 5$, $g(x) = 1 - 3x$ и $h(x) = x + 1$ провери:

а) $(g \circ f)^{-1}(x) = (h^{-1} \circ g^{-1})(x)$ б) $((f \circ g) \circ h)(x) = (f \circ (g \circ h))(x)$.

4. Одреди $f(x)$ ако је

а) $f(2x+1) = 3x-2$ б) $f(1-x) - 5x + 1 = 0$ в) $x + 2f(x) = 3$
г) $2x + f(x+1) = 1$ д) $f^{-1}(x) = 2x + 1$ е) $f\left(x + \frac{1}{x}\right) = x^2 + \frac{1}{x^2}$.

5. Ако је $f(x) = 2x$ за које x је:

а) $f(f(x)) = 5$ б) $f(f(x-1)) = 5$ в) $f(f^{-1}(x)) = 2$
г) $f(2 + f(x)) = 1$ д) $f(3x-1) < 0$ е) $3 \cdot (1 + f(x)) \geq 2$.

6. Ако је $f(x) = 2x + 3$ одреди $f^{-1}(x)$ а затим их нацртај у истом координатном систему. За које x је:

а) $f(x) > 0$ б) $f^{-1}(x) > 0$ в) $f(x) > 0$ и $f^{-1}(x) > 0$.

7. Да ли постоји функција $f(x)$ за коју је:

а) $f(f(x)) = f(x)$ б) $f^{-1}(x) = f(x)$.

8. Одреди $f^{-1}(x)$ ако постоји $(f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R})$:

а) $f\left(\frac{1-x}{9}\right) = \frac{7+x}{3}$ б) $f\left(\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$.

9. Ако је $f(3x-1) = x^2 + 1$ одреди $f(x)$ а затим провери да ли има инверзну.

10. Ако је $f(x) = \frac{1+x}{1-x}$, ($x \neq 1$), провери:

a) $f(-x) = \frac{1}{f(x)}$ б) $f\left(\frac{1}{x}\right) = -f(x)$

ПРВИ РАЗРЕД – КОМБИНАТОРИКА 23.10.2009.

Марина Антић, проф.

Зорица Маринковић, проф.

1. На колико начина се на једну полицу може ставити 5 књига из математике, 3 из физике и 4 из хемије тако да :

- а) књиге из исте области стоје једна до друге;
- б) није битно да књиге из исте области стоје једна до друге;
- в) књиге из математике буду једна до друге;
- г) књиге из математике буду на почетку полице једна до друге.

2. Израчунај:

а) $\frac{17!}{16!}$ б) $\frac{3!4!}{12!}$ в) $\frac{11!(4!-3!)}{12!}$ з) $\frac{n!-(n-1)!}{(n+1)!}$ д) $\frac{2 \cdot n!+3 \cdot n!}{5 \cdot n!}$.

3. Дат је скуп $A = \{0,1,2,3,4,5,6\}$. Колико има четвороцифрених бројева чије су цифре из A и

- а) који су парни; б) који су дељиви са 5;
- в) који су дељиви са 4; з) који су дељиви са 100. ?

4. Колико има петоцифрених бројева дељивих са 25, ако се цифре:

- а) могу понављати; б) не могу понављати ?

5. Шифра за отварање сефа састоји се од 7 цифара и све цифре су непарни бројеви. Ако за један покушај отварања сефа треба 30 секунди, колико би времена било потребно да се испроба бар половина од укупног броја свих могућих шифри?

6. Из три одељења од по 30 ученика треба одабрати по:

- а) једног представника за такмичење;
- б) два представника за такмичење;
- в) три представника за такмичење.

На колико начина се то може урадити?

7. Од места A до места B воде 3 пута. Од B до C 2 пута и од A до C 5 путева. На колико начина се може стићи од A до C ?

8. Ако је $A = \{0,1,2,3\}$ и $B = \{7,11,13\}$ колико има различитих разломака облика $\frac{p}{q}$

тако да:

- а) p и q припадају B ;
- б) p припада A и q припада B ;
- в) p и q припадају A ?

9. Колико највише а) правих; б) троуглова, је одређено са 6 тачака у равни?

10. Колико дијагонала има конвексан десетоугао?