

Гранична вредност и непрекидност (са претходних писмених провера знања)

1. Израчунај: а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - 1}{x^2}$ б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-1}{2x} \right)^{x+1}$ в) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x-1}$ г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-2}{x-1} \right)^{2x+3}$

2. Израчунај:

а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1-x^3}{x^2} + x \right)$ б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{-2x^2 + 1}{(x-3)(x+5)} - \frac{20}{x} \right)$
в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5^x + 3^x}{3^x - 5^x}$

3. Израчунај: а) $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{2 - \sqrt{x-3}}{x^2 - 49}$ б) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{\sqrt[3]{x+1}}$

4. Израчунај:

а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(x - \frac{1+x^2}{x} \right)$ б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(2 - \frac{x(x+3) - 2x^2}{(x-3)(x+5)} \right)$
в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4-3x} - 2}{9x}$

5. Израчунај: а) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - x^2}{1 - x\sqrt{x}}$ б) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{x}}{3 - x}$

6. Израчунај: а) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 2x}{6 + x - x^2}$ б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{x}$ в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x}{3x-5} \right)^{4-2x}$

7. Израчунај: а) $\lim_{x \rightarrow -8} \frac{x+8}{\sqrt[3]{x} + 2}$ б) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x+2} - 2\sqrt{x})$

8. Израчунај: а) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} \frac{x - 4x^2}{4x^2 + 7x - 2}$ б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{2 \sin x}$ в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x+8}{4x+1} \right)^{3x+3}$

9. Израчунај: а) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{2} - \sqrt{x-3}}{x^2 - 25}$ б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{2}}$

10. Одреди леву и десну граничну вредност $f(x) = \begin{cases} \log_2(x^2 + 1) & \text{за } x < 0 \\ \frac{1}{1-x} & \text{за } x \geq 0 \end{cases}$ у $x = 0$.

11. Испитај непрекидност функције и скицирај њен график

а) $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4}{x-2}, & x \neq 2 \\ 4, & x = 2 \end{cases}$ б) $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4}{x-2}, & x \neq 2 \\ a, & x = 2 \end{cases}$ у зависности од $a \in \mathbb{R}$

12. Испитај непрекидност функције $f(x) = \begin{cases} 4(a^2 - 1), & x < 0 \\ \frac{\cos x}{1 - \sqrt{x}}, & x \geq 0 \end{cases}$ у зависности од параметра a .

13. Да ли функција $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+x-2}{x} & \text{за } x \neq 1 \\ a & \text{за } x = 1 \end{cases}$ има граничну вредност за $\forall a \in R$? Када ће функција бити непрекидна?

14. а) Одреди леву и десну граничну вредност функције $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1}, & x < 1 \\ 1-x, & x \geq 1 \end{cases}$ за $x = 1$.

б) За коју вредност $a \in R$ је функција

$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 2x}{3x}, & x \neq 0 \\ \frac{x-a}{3}, & x = 0 \end{cases}$ непрекидна у околини $x = 0$?

15. а) Одреди леву и десну граничну вредност функције $f(x) = e^{\frac{1}{|x|-2}}$ у околини тачке $x = 2$.

б) За коју вредност $a \in R$ је функција $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{\log_3 x + 1}, & x < 1 \\ 1 - ax, & x \geq 1 \end{cases}$

непрекидна у околини $x = 1$?

16. а) Одреди леву и десну граничну вредност $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{x-1}}$ у тачки $x = 1$.

б) Испитај непрекидност функције $f(x) = \begin{cases} \frac{|a-1|}{3}, & x = 0 \\ \frac{\sin 5x}{3x}, & x \neq 0 \end{cases}$

у зависности од параметра a .