

ПРВИ РАЗРЕД – МАТЕМАТИЧКА ЛОГИКА И СКУПОВИ 30.09.2009.

Марина Антић, проф.

Зорица Маринковић, проф.

1. Дати су искази:

p : Земунска гимназија је основана 1858. године.

q : Библиотека Земунске гимназије је укључена у мрежу електронских библиотека.

r : Давид Албахари је био ђак Земунске гимназије.

s : Пре Давида Албахарија, ђак Земунске гимназије био је и Сава

Шумановић, наш чувени сликар.

Одреди истинитосну вредност формуле:

a) $\neg(p \wedge \neg q) \Rightarrow (r \vee s) \wedge q$

б) $p \wedge (r \vee s) \Leftrightarrow (p \wedge r) \vee (p \wedge s)$.

2. Одреди истинитосну вредност формуле $F : p \wedge q \Rightarrow r$ ако је:

$$p : \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) : \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right) = \frac{10}{3}$$

$$q : \frac{1}{2} - \frac{1}{3} : \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right) = -\frac{37}{6}$$

$$r : \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) : \frac{1}{4} - \frac{1}{5} = 7$$
 .

3. Дати су искази:

$$p : (a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$q : a^3 - b^3 = (a - b) \cdot (a^2 + ab + b^2)$$

$$r : (a + b)^2 = a^2 + b^2$$

Одреди истинитосну вредност формуле:

a) $\neg(\neg p \vee (q \Rightarrow r)) \Leftrightarrow q \wedge r$

б) $(\neg(p \Rightarrow q) \Rightarrow r) \Leftrightarrow p$.

4. Израчунај:

a) $(T \wedge ((\perp \wedge T) \wedge (T \wedge T))) \Rightarrow \perp$

б) $\neg(T \wedge \perp) \Rightarrow T \wedge (T \vee \perp)$

в) $((\neg T \wedge \perp) \Rightarrow T) \Leftrightarrow T \vee T$

5. Ако је: $p : \perp \wedge a \Leftrightarrow a$

$$q : \perp \wedge a \Leftrightarrow \perp$$

$$r : a \Leftrightarrow a$$

$$s : (a \Rightarrow \perp) \Leftrightarrow \neg a$$

одреди истинитосну вредност формуле:

$$\neg(p \vee q) \wedge (r \vee s) \Rightarrow p \wedge \neg s$$

6. Ако је: $p: \sqrt{1+\frac{9}{16}} + \sqrt{2-\frac{2}{9}} = 4\frac{1}{6} - \frac{1}{2}$

$$q: (\exists x \in \mathbb{N}) (x^2 = x)$$

$$r: (2x-3)^2 + 5x = 4x^2 + 9$$

одреди истинитосну вредност формуле:

$$(p \wedge \neg q) \Rightarrow (r \vee (q \Leftrightarrow \neg p)) .$$

7. Испитај тачност формула:

$$a) \neg(\neg p \vee q) \Leftrightarrow (p \wedge \neg q)$$

$$b) (p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow (\neg p \vee q) \wedge (p \vee \neg q)$$

$$в) p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

$$г) ((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)) \Rightarrow (\neg p \vee q) .$$

8. Провери да ли је таутологија:

$$a) p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

$$b) ((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)) \Rightarrow (\neg p \vee q)$$

$$в) (p \Rightarrow q) \Rightarrow (p \wedge r \Rightarrow q \wedge r)$$

9. Методом свођења на апсурд или дискусијом по слову доказати да је дата формула таутологија:

$$a) (p \Rightarrow q) \Rightarrow (p \wedge r \Rightarrow q \wedge r)$$

$$b) (p \wedge q) \vee p \Rightarrow p$$

$$в) p \vee \neg q \Rightarrow \neg(\neg p \wedge q)$$

$$г) (p \wedge (p \Leftrightarrow (\neg q \wedge r))) \Rightarrow (q \Rightarrow s \vee t)$$

10. Испитај тачност следећих реченица ($x \in \mathbb{N}$):

$$a) (\exists x) (x < 5)$$

$$b) (\forall x) (x \cdot 1 = 1)$$

$$в) (\exists x) (x - 5 = 1)$$

$$г) \neg(\exists x) (x \geq 2)$$

$$d) (\exists x) (x < 5 \wedge x > 10)$$

$$ђ) \neg(\forall x) (x < 5 \wedge x > 10)$$

11. Напиши негацију реченице:

$$a) (\exists x) (x \in \mathbb{Z} \wedge x + 5 > 0)$$

$$b) (\forall x) \left(x < 3 \vee \frac{x}{2} > 3 \right)$$

12. Дат је скуп $A = \{1,2,3,4,5\}$. Одреди истинитосну вредност тврђења:

а) $(\exists x \in A) (x + 3 = 10)$

б) $(\forall x \in A) (x + 3 < 8)$.

13. Ако су $[a,b]$, $[a,b)$, $(a,b]$ и (a,b) уобичајене ознаке за интервале на реалној бројној оси израчунај

а) $[0,5] \cap (2,3]$

б) $((-\infty, 2] \cup [1, 5]) \cap (-3, 3)$

в) $(-6, 2] \setminus [-1, 1]$

г) $(-6, 2] \setminus (-1, 1)$

д) $((-\infty, 5] \cap [-3, \infty)) \setminus (-2, 2)$.

14. Дат је скуп $S = \{0,2,4,6,8,10,12\}$. Одреди скупове :

$$A = \left\{ x \mid x \in S \wedge \left(\frac{2x}{3} - \frac{x}{2} \right) \in S \right\},$$

$$B = \left\{ y \mid y \in S \wedge \left(\frac{y^2}{y+4} + 1 \right) \in N \right\},$$

$$C = \{ c \mid c \in N \wedge c \geq 6 \wedge c \leq 12 \wedge 2 \mid c \},$$

а затим израчунај:

$$(A \cap B) \cup C ; (A \setminus C) \cap (B \setminus C) , P(B) , B \times A .$$

15. Ако је $A = \{0,1,2\}$, $B = \{-1,1\}$ и $C = \left\{ \frac{p}{q} \mid p \in A \wedge q \in B \right\}$ одреди :

а) $(C \setminus A) \cap (C \setminus B)$,

б) $C \cup (A \cup B)$,

в) $C \setminus (A \cup B)$.

16. Провери тачност:

а) $A \subset B \wedge C \subset D \Rightarrow A \cup C \subset B \cup D$

б) $(A \cup B)' = A' \cap B'$

в) $(A \cup B) \setminus (A \cup C) = A \setminus (B \cap C)$

г) $(A \cup B') \cap (A' \cup B') = B'$

д) $(A')' = A$

ђ) $A \subset B \Leftrightarrow A \cap B = A$

е) $A \subset B \Leftrightarrow A \cup B = B$

17. Ако је $A = \{1,2\}$, $B = \{2,3\}$ и $C = \{2,4\}$ формирај скупове:

а) $A \times (B \cap C)$

$$\text{б) } (A \times B) \cup (A \times C)$$

18. Ако је $A \times B = \{(a, a), (a, b), (a, c), (b, a), (b, b), (b, c)\}$ израчунај:

a) $A \setminus B$

б) $B \setminus A$

в) $(A \setminus B) \cap (B \setminus A)$

г) $(A \setminus B) \cup (B \setminus A) \cup (A \cap B)$

д) $P(A)$.

19. Провери једнакости:

a) $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$

б) $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$